



Ejercitación adicional: **Unidad Nº1**

Resolver

$$1) \frac{2}{3} + \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{3}{4} - \left(-2 + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right) =$$

$$2) \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} + \frac{\frac{3}{2} - 1}{2 - \frac{1}{4}} =$$

$$3) \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 - \left(3 \div \frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{3}{2} - 2\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$$

$$4) \frac{7 \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right)}{\frac{1}{4} - 2} =$$

$$5) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left\{ \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^3 \right\}^{-1} =$$

$$6) \frac{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 \cdot (-2)^3}{\frac{-5 + 3}{(-2) \cdot 3}} =$$

$$7) \frac{2 + \frac{1}{2}}{3 + \frac{1}{3}} + \frac{1 - \frac{1}{4}}{5 - \frac{1}{5}} =$$

$$8) \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right)^2}{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{12}\right)} + \frac{7}{9} =$$

$$9) \left[\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} - \frac{4 + \frac{1}{5}}{\frac{14}{5^2}} \right] =$$

$$10) \frac{\left(2 + \frac{1}{4}\right)^2}{\frac{3^3}{2^2}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{11}{3} + \frac{5}{6}}{2 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right)^2} =$$

$$11) \left[\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{1 - \frac{7}{10}} \right]^2 - \frac{2}{3} + \frac{-1 - \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2}} + 1 =$$

$$12) \frac{\left(\frac{1}{8} - 1\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^{-1}}{\frac{1}{4} - \left(1 - \frac{1}{5}\right)} \div \left(2 - \frac{2}{11}\right) =$$

$$13) \frac{\left(2 - \frac{3}{4}\right)^2 - 3}{\left(\frac{1}{3} + 4^2\right)^{-1}} \cdot \left(2 - \frac{1}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{3}{5} - 4\right) =$$

$$14) \frac{\left(\frac{1}{3} - 1\right)^2}{\sqrt{\frac{11}{25} + 1}} \cdot (-12) =$$

$$15) \frac{\sqrt{\frac{16}{25}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}{\frac{1}{\left(3 + \frac{1}{3}\right)^2}} =$$

$$16) \frac{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-7}} + \frac{5}{4}}{1 - \sqrt[10]{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{4}\right)^3}} =$$



$$17) \frac{\sqrt{\frac{2^3}{3} \cdot \frac{1}{(-3)^3} \cdot (-2)^3 \cdot \frac{3^{-2}}{2^{-1}}}}{\left(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} =$$

$$18) \left[\frac{\frac{5}{\frac{4}{1} + \left(\frac{3}{2}\right)^2} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{9}{9}}}{3 + \frac{1}{4}} \right]^{-\frac{2}{3}} =$$

Resolver convirtiendo previamente los decimales en fracciones

$$19) (1,5 - 0,2) - \{-2 + [1,7 - (4,2 - 0,5)] - 0,1\} =$$

$$28) \frac{(1,4 - 0,9)^2 - 3 \cdot (1,3 - 1,1)^3}{0,1^2} =$$

$$20) 1,2 \div 0,6 + (1,5 - 0,3 + 1,2) \div 0,03 =$$

$$21) \left(\frac{3}{5} + 0,3 - \frac{1}{2}\right) - \left(0,1 - \frac{1}{4} + 0,03\right) + 2 =$$

$$29) \frac{\sqrt[3]{0,14 - \frac{1}{2} \cdot 0,03 \div 2^{-2}}}{3,12 \div 0,3 + (-0,1)^{-1}} =$$

$$22) (0,2)^3 - \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 - (0,2 - 0,10 + 0,3) \cdot 0,5 =$$

$$30) \frac{0,2 + \frac{1}{4}}{1,35} - \frac{1}{12} =$$

$$23) \sqrt{0,04 \cdot \frac{1}{4} + (0,2)^3} - \frac{1}{2} \cdot 0,4 + 0,25 \div \frac{1}{2} =$$

$$24) \frac{\frac{1}{5} - 0,3 \cdot 0,2 - \frac{2}{10}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \sqrt[3]{0,008}} - (0,8)^3 \div 0,4 =$$

$$31) \left[\frac{\sqrt{1,4 + 0,04} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1,75}{\left(\frac{3}{2} + 2,5\right)^2} \right]^{-2} =$$

$$25) \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 0,5\right)^2} - (\sqrt{0,16} + 0,2)^2 =$$

$$32) \sqrt{\left(\frac{1}{8} - 0,02 + 0,4^3\right) \cdot 10^{-1}} =$$

$$26) \left(\frac{4}{5} \cdot 0,2 - 0,1\right)^2 \div \left(\frac{1}{2} \div (-0,4) + \sqrt[3]{0,000125}\right) =$$

$$27) \frac{\left[1,3 + \frac{1}{2} \cdot (3 - 1,6) - 3,5 + 5 \cdot (1,2 - 0,8)\right]^2}{5} =$$

Convierte las expresiones periódicas en fracciones y calcula el resultado

$$33) 0,\bar{3} - 0,1 + [0,\bar{9} - (0,0\bar{3} + 0,\bar{1})] =$$

$$34) 0,\bar{1} - [0,\bar{1}\bar{3} + (0,2 - 0,1\bar{6} + 1,\bar{2} - 2)] - 0,0\bar{3} =$$

$$35) [4,3\bar{9} - 1,\bar{4} + (2,9\bar{7} + 0,0\bar{2})]^{-1} \div (-0,5)^3 =$$



Extracción de factores del radical

$$36) \sqrt{125 \cdot (x-1)^3} =$$

$$37) \sqrt{25 \cdot (a-b)^2} =$$

$$38) \sqrt{20 \cdot x^6 \cdot y^{13}} =$$

$$39) \sqrt{27 \cdot (\sqrt{5}-5)^2} =$$

$$40) \sqrt[3]{a^4 \cdot b^3 \cdot x^2} =$$

$$41) \sqrt[5]{(1-\sqrt{5})^8} =$$

$$42) \sqrt[3]{3 \cdot x^{17} \cdot b^{32}} =$$

$$43) \sqrt[3]{243 \cdot (x-1)^6} =$$

$$44) \sqrt[3]{77760} =$$

$$45) \sqrt{5(\sqrt{3}-1)^2} =$$

Verifica que las siguientes expresiones son equivalentes

Sugerencia: eleva al cuadrado ambos miembros

$$46) 1 + \sqrt{2} = \sqrt{3 + \sqrt{8}}$$

$$47) \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{6}}$$

$$48) 2 - \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3 - 2 \cdot \sqrt{2}}$$

Racionalización de divisores

$$49) \frac{\sqrt{b^{-1}}}{\sqrt[3]{a^{-2} \cdot b}} =$$

$$50) \frac{\sqrt[3]{b^{-1} \cdot c}}{\sqrt[3]{a^{-2} \cdot c \cdot d^2}} =$$

$$51) \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt[4]{3} - 1} =$$

$$52) \frac{1 - \sqrt{c}}{\sqrt[4]{c} - \sqrt{c}} =$$

Introducción de factores en el radical

$$53) (\sqrt{3} - 1) \cdot \sqrt{7 + 4 \cdot \sqrt{3}} =$$

$$54) \sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}} =$$

$$55) (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{7 + 2 \cdot \sqrt{6}} =$$

$$56) (1 + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{5 - 2 \cdot \sqrt{6}} =$$

Verifica en cada caso que las cuatro expresiones son equivalentes

$$57) 1 + \sqrt{5} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sqrt{5} - 1) \cdot \sqrt{7 + 3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5})$$

$$58) 5 - \sqrt{7} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{16 - 5\sqrt{7}} = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{7} - 2) \cdot \sqrt{4 + \sqrt{7}} = (1 + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$$

Operaciones combinadas

$$59) \frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{\sqrt{2}-1}} =$$

$$61) \frac{a}{\sqrt{a+1}-1} =$$

$$63) \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} =$$

$$65) \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{3}-1}} =$$

$$67) \frac{4 \cdot (\sqrt{3}-1)}{\frac{3}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3}} =$$

$$60) \frac{\sqrt{5}+5}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} =$$

$$62) \frac{\sqrt{a-1}-\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}+\sqrt{a+1}} =$$

$$64) \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} =$$

$$66) \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2+\sqrt{3}}} =$$

$$68) \sqrt{\frac{(1+\sqrt{3})^3}{3 \cdot \sqrt{12}-6}} =$$

Para pensar:

69) En un triángulo rectángulo, el cateto b es el doble del cateto c. Calcula cada uno de sus lados sabiendo que el perímetro es de 4 cm. Deja expresado el resultado en forma de radical.

70) El perímetro de un triángulo rectángulo isósceles es de $3\sqrt{2}$ cm. Calcula cada uno de sus lados y deja expresado el resultado en forma de un radical.

Graficar los siguientes entornos, intervalos y desigualdades

$$71) 2 < x - 3 < 7$$

$$72) 5 \leq x \leq 9$$

$$73) 1 - 3 < \frac{x}{4} < 2$$

$$74) 6 < 2x < 12$$

$$75) |x| < 5$$

$$76) |x+4| \leq 3$$

$$77) |x-2| < 1$$

$$78) \left| x - \frac{5}{2} \right| < \delta$$

$$79) |x+1| > 4$$

$$80) \left| x - \frac{1}{2} \right| \geq 1$$

$$81) x \leq \sqrt{11}$$

$$82) -\frac{7}{8} \leq x < 2$$

Problemas:

Que valores debe tomar "a" para que las siguientes expresiones tengan un resultado real

83) $\sqrt{a-4}$

84) $\sqrt{(a+5) \cdot (a+1)}$

85) $5 \cdot \sqrt{\frac{3}{a}}$

86) $\sqrt{\frac{a+3}{6-a}}$

87) $4^{-1} - \frac{8}{3} \cdot \sqrt{(0,16)^{-1} - a^2 + 3}$

88) $\sqrt[3]{a^2 - 2a + 7}$

Unidad N°2: Expresiones AlgebraicasValor Numérico

1) $2a^2 + 4b^3 - 4c^4 + ab - \frac{3}{4} =$

$$\begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 2 \end{cases}$$

2) $\frac{x+y}{x-y} - (x-1) \cdot (y+1) =$

$$\begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

3) $\frac{a^2y^2 + 2aybx + b^2x^2}{b^2y^2} =$

$$\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{2}{5} \\ y = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$4) x^6 + x^4(a^2 + b + c^3) + x^2(a^2b + a^2c^3 + bc^3) + a^2bc^3 =$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ a = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ b = \frac{5}{9} \\ c = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$5) \frac{16}{225}a^4 - \frac{32}{225}a^3b - \frac{104}{225}a^2b^2 + \frac{8}{15}ab^3 + b^4 =$$

$$\begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = -2 \end{cases}$$

$$6) \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{3a - 2b}{b - 2c} + \frac{1}{a} - \frac{3}{7} =$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$$

Efectuar las siguientes divisiones de polinomios

$$7) (x^5 + 2x^4 - 1 - 2x + x^2 - 3x^3) \div (-1 + x^2) = \quad 8) \left(\frac{1}{5}x^5 + 1 - \frac{2}{3}x^2 \right) \div (x^2 - 1) =$$

$$9) \left(\frac{-3}{7} + \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x \right) \div \left(x - \frac{1}{2} \right) = \quad 10) (-1 - x^2 + x + 2x^3) \div (x^2 - 3x + 2) =$$

$$11) (x^4 - 3x^3 + x^2 - 2x) \div (x^2 - 2) = \quad 12) \left(-\frac{7}{2}x^3 + x^5 + 2x^2 - 1 \right) \div \left(\frac{2}{3}x + x^2 \right) =$$

$$13) \left(-\frac{2}{3}x + \frac{1}{7} + x^4 \right) \div (x^2 - x + 1) = \quad 14) \left(x^5 - \frac{2}{3}x^4 + x^2 - 1 \right) \div \left(-\frac{3}{4} + x^2 \right) =$$

$$15) \frac{x^4 - \frac{13}{9}x^3 + \frac{8}{3}x + \frac{1}{3}}{x - \frac{2}{3}} =$$

$$16) \frac{1 + x + x^4 - x^3 + 2x^2}{\frac{1}{2}x - 1} =$$

Factorar los siguientes polinomios aplicando el teorema de Gauss-Ruffini

17) $P(x) = 4x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 4x + 3$

18) $P(x) = 2 + 3x - 19x^2 + 6x^3 + 8x^4$

19) $P(x) = 8x^4 - 2x^3 - 33x^2 + 8x + 4$

20) $P(x) = -17x^2 + 8 - 10x + 6x^4 + 7x^3 =$

21) $P(x) = -6 - x + 17x^2 + 16x^3 + 4x^4$

22) $P(x) = 12x^4 - 13x^3 - 24x^2 + 3x + 2 =$

23) $P(x) = 22x - 8 + 6x^4 - 13x^3 - 7x^2 =$

24) $P(x) = x^4 - 3x^3 - 15x^2 + 19x + 30 =$

Factoro de polinomios

Definición: factorar un polinomio es transformarlo en un producto de expresiones algebraicas.

Nota $\Rightarrow$ no todos los polinomios se pueden factorar

Casos de factoro:

1º caso: **Factor común**: si en todos los términos de un polinomio figura un factor común, dicho polinomio es igual al producto de ese factor por el polinomio que resulta de dividir cada término por dicho factor.

Ejemplo: $6x^2y^5 + 2xy^3 - \frac{4}{3}x^3y^7z = 2xy^3 \left(3xy^2 + 1 - \frac{2}{3}x^2y^4z \right)$

Observación: el polinomio que resulta al sacar factor común debe tener igual número de términos que el polinomio dado.

2º caso: **Factor común en grupos de igual número de términos**: si el polinomio puede reunirse en grupos de igual número de términos con un factor común en cada grupo, se saca en cada uno de ellos el factor común. Como en cada uno de los paréntesis queda la misma expresión, se extrae a su vez como factor común, quedando así factorado el polinomio dado.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} & \frac{4}{5}a^2m^3xy - \frac{2}{15}b^2m^3x + 10a^2y - \frac{5}{3}b^2 = \\ & = \left(\frac{4}{5}a^2m^3xy + 10a^2y \right) + \left(-\frac{2}{15}b^2m^3x - \frac{5}{3}b^2 \right) \\ & = 2a^2y \left(\frac{2}{5}m^3x + 5 \right) - \frac{1}{3}b^2 \left(\frac{2}{5}m^3x + 5 \right) = \left(2a^2y - \frac{1}{3}b^2 \right) \cdot \left(\frac{2}{5}m^3x + 5 \right) \end{aligned}$$



Observación: es condición esencial que el número de términos no sea número primo (1,2,3,5,7,11,etc).

3º caso: *Trinomio cuadrado perfecto*: dos de sus términos son cuadrados perfectos y el restante es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

Todo trinomio cuadrado perfecto es igual al cuadrado de un binomio formado por la suma o la diferencia de las bases de los cuadrados perfectos según que el doble producto sea positivo o negativo respectivamente.

Ej. 1) $16x^6 + 8x^3y + y^2 =$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 4x^3 & & y \\ & \downarrow & \\ & 8x^3y = 2 \cdot (4x^3) \cdot y & \end{array} \quad \text{Bases}$$

Así: $16x^6 + 8x^3y + y^2 = (4x^3 + y)^2$

Ej. 2) $\frac{4}{9} - \frac{4}{3}\sqrt{5}x^2 + 5x^4 = \left(\frac{2}{3} - \sqrt{5}x^2\right)^2$ O bien $\left(\sqrt{5}x^2 - \frac{2}{3}\right)^2$

4º caso: *Cuatrinomio cubo perfecto*: dos de sus términos son cubos perfectos, un tercero es el triplo del cuadrado de la base del primer cubo por la del segundo y el último responde al triplo de la base del primer cubo por el cuadrado de la base del segundo.

Todo cuatrinomio cubo perfecto es igual al cubo de un binomio formado por la suma de las bases de esos cubos, con sus respectivos signos.

Ejemplo: $\frac{x^3}{27} - \frac{x^2a}{3} + xa^2 - a^3 =$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \frac{x}{3} & & -a \\ & \downarrow & \downarrow \\ & 3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 \cdot (-a) & 3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right) \cdot (-a)^2 \end{array} \quad \text{Bases}$$



Así: $\frac{x^3}{27} - \frac{x^2a}{3} + xa^2 - a^3 = \left(\frac{x}{3} - a\right)^3$

5º caso: **Diferencia de cuadrados:** toda diferencia de cuadrados es igual al producto de la suma por la diferencia de las bases de dichos cuadrados.

Ejemplo: $\frac{64z^8}{x^2} - \frac{0,81m^4}{n^{10}} = \left(\frac{4z^4}{x}\right)^2 - \left(\frac{9m^2}{10n^5}\right)^2 = \left(\frac{4z^4}{x} + \frac{9m^2}{10n^5}\right) \cdot \left(\frac{4z^4}{x} - \frac{9m^2}{10n^5}\right)$

6º caso: **Suma o diferencia de potencias de igual grado:**

Diferencia de potencias de igual grado con exponente *impar*: es igual al producto de la diferencia de las bases por el cociente de la división entre la primera diferencia y la segunda.

Ejemplo:

$$x^7 - 128a^7 = (x - 2a) \cdot (x^6 + x^5 \cdot 2a + x^4 \cdot 4a^2 + x^3 \cdot 8a^3 + x^2 \cdot 16a^4 + x \cdot 32a^5 + 64a^6)$$



Nota: todos signos positivos.

Diferencia de potencias de igual grado con exponente *par*: existen dos posibilidades

a) es igual al producto de la suma de las bases por el respectivo cociente que resulta de la primera diferencia dividida por la suma de las bases.

Ejemplo: $x^4 - \frac{1}{81}m^4 = \left(x + \frac{1}{3}m\right) \cdot \left(x^3 - x^2 \cdot \frac{1}{3}m + x \cdot \frac{1}{9}m^2 - \frac{1}{27}m^3\right)$



Nota: sucesión de signos alternados.

b) es igual al producto de la diferencia de las bases por el cociente de la división entre la primera diferencia y la segunda.

Ejemplo: $a^4 - \frac{1}{16} = \left(a - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(a^3 + a^2 \cdot \frac{1}{2} + a \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$



Nota: todos signos positivos



Suma de potencias de igual grado con exponente impar: es igual al producto de la suma de las bases por el cociente que resulta de dividir la primera suma por la segunda

Ejemplo: $x^3 + y^3 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)$



Nota: sucesión de signos alternados.

Suma de potencias de igual grado con exponente par: no se factoriza.

Ejercicios de aplicación

Sacar factor común en las siguientes expresiones

25) $25a^3b^2 - 10a^5y^2 + 5a^2b^3y + 15a^6b^5 =$

26) $125a^4b^5c^5 - 45a^5b^3c^4x^3 + 5a^3b^2c^4 - 300a^4b^2c^6x - 10a^3b^2c^5 =$

27) $18a^2b^4c^2 - 54a^2b^5c^2x - 18ab^3c^2 + 36a^2b^4c^4 - 90ab^3c^5x^3 + 72ab^4c^2x^3y =$

28) $4x^2y^9z^4 - 36x^2y^5z^2p^4m - 12xy^5z^2p^5 + 8xy^7zp - 4x^2y^{10}z^2 + 16xy^5z =$

29) $22a^5b^4x^3 - 33a^4b^3cy + \frac{11}{2}a^3b^2cx^5 - 121a^2b^3xy =$

30) $18a^2b - 27ab^6 + \frac{9}{2}abc - 18ab =$

31) $-\frac{4}{5}x^4y^4n^2 + 2x^2mn^4y^3 + \frac{6}{7}x^3y^6n^3 =$

32) $\frac{2}{3}x^3z^3 - 2x^2z - \frac{4}{5}x^3y^3z^2 - \frac{18}{5}x^4z^2 - 4x^2yz =$

33) $\frac{2}{3}x^2y^3m^5 - 4ax^2y^5m - \frac{6}{5}xy^6m - 2xy^3m - \frac{8}{7}xy^3m^2 =$

34) $\frac{5}{2}m^5n^3 - \frac{1}{2}m^3n + \frac{3}{2}m^4np + \frac{1}{8}m^3np^3 + \frac{5}{2}m^4n =$

35) $\frac{4}{5}a^2m^2 + \frac{6}{25}a^3b^3m - \frac{2}{15}a^3m - \frac{8}{5}a^2b =$

36) $-\frac{15}{16}x^4y^2 - \frac{3}{4}x^4y^5 + \frac{27}{4}x^3y^4 - \frac{9}{8}x^5y^2 =$

37) $\frac{2}{3}a^3b - \frac{10}{3}a^4b^5 - \frac{4}{9}a^4b + \frac{2}{3}a^3b^4 + \frac{8}{15}a^3bc^2 - \frac{6}{21}a^5b^2 + \frac{2}{27}a^3bc^3 =$

38) $0,16a^2b^2 + \frac{2}{5}a^4b^3 - 0,32a^5b^5 =$



Factorar las siguientes expresiones algebraicas aplicando el 2º caso de factorar

$$39) \frac{1}{2}a^2x - 2ax^2 + ax - \frac{1}{2}ab + 2bx - b =$$

$$40) 15mx + 6m + xy - 2x - 5x^2 - 3my =$$

$$41) 10xy^2 - 5x^2y + 4my - 2mx =$$

$$42) 12m^2y^2 - 18my^3 + 6my^2 + 10x^2m - 15x^2y + 5x^2 =$$

$$43) 10a^2xp - 2a^2y^2p + 15bpx - 3bpy^2 - 20a^2xq^3 + 4a^2q^3y^2 - 30bq^3x + 6bq^3y^2 =$$

$$44) 3x^5 + \frac{1}{3}x^3y^2 - x^4y - 6x^2y^3 - \frac{2}{3}y^5 + 2xy^4 =$$

$$45) 16amx - 8amy + 2x - y =$$

$$46) 6xy - 2my + 10xy^2 + \frac{3}{4}mx - \frac{1}{4}m^2 + \frac{5}{4}mxy =$$

$$47) \frac{7}{3}my - 21m^2y - 14y - \frac{1}{3}m^2 + 2m + 3m^3 =$$

$$48) 6b^6 - 2b^5x^2 + \frac{2}{3}b^4x^3 - \frac{5}{3}x^7 + 5bx^6 - 15b^2x^4 =$$

$$49) \frac{3}{5}a^2bx + \frac{1}{15}a^2by - 6mxy - \frac{2}{3}my^2 =$$

$$50) \frac{25}{2}a^2bcd^3 - 50a^2byz^2 - \frac{15}{2}cd^3xy^2 + 30xy^3z^2 - \frac{15}{2}a^2bcd^3y + 30a^2by^2z^2 + \frac{9}{2}cd^3xy^3 - 18xy^4z^2 =$$

$$51) 10am^2xz - 15bm^2xz + 10ax - 15bx - 8am^2yz + 12bm^2yz - 8ay + 12by =$$

Factorar los siguientes trinomios

$$52) x^2 + 10x + 25 =$$

$$53) 4x^4 + y^6 + 4x^2y^3 =$$

$$54) \frac{1}{4}a^6 + 3a^3m^2n + 9m^4n^2 =$$

$$55) a^2p^2 + a^4 + \frac{p^4}{4} =$$

$$56) \frac{9}{25}x^6 + 4y^2 + \frac{12}{5}x^3y =$$

$$57) 7m^2nq + \frac{q^2}{4} + 49m^4n^2 =$$

$$58) \frac{36}{25}a^4b^6x^6 + 6a^3b^3x^3y^2 + \frac{25}{4}a^2y^4 =$$

$$59) 36m^2n^4 + 4x^6 - 24mn^2x^3 =$$

$$60) \frac{h^2}{4} - uh + u^2 =$$

$$61) \frac{9}{25}x^4y^{12} + \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{5}x^2y^6m =$$

$$62) 0,25x^2 + y^4z^6 + xy^2z^3 =$$



$$63) 0,16m^4 + \frac{2}{5}m^2n + \frac{1}{4}n^2 =$$

$$64) 0,7p^4n^3xy^2 + \frac{49}{25}p^8n^6 + \frac{1}{16}x^2y^4 =$$

Factorear las siguientes expresiones algebraicas aplicando el caso de factorio: cuatrinomio cubo perfecto

$$65) 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3 =$$

$$66) 125 + 27b^9 + 225b^3 + 135b^6 =$$

$$67) 12x^8y^2 + 1 + 6x^4y + 8x^{12}y^3 =$$

$$68) 27x^6 + 108x^4y^3 + 64y^9 + 144x^2y^6 =$$

$$69) \frac{1}{8}a^3 + \frac{27}{125}b^3 + \frac{9}{20}a^2b + \frac{27}{50}ab^2 =$$

$$70) \frac{1}{27}x^9 + 8y^6 + \frac{2}{3}x^6y^2 + 4x^3y^4 =$$

$$71) \frac{3}{4}a^2x + \frac{3}{16}a^4x^2 + 1 + \frac{1}{64}a^6x^3 =$$

$$72) 0,512a^3b^3 - 0,64a^2b^4 + \frac{4}{15}ab^5 - \frac{b^6}{27} =$$

$$73) \frac{1}{2}m^2n^4x^2y + \frac{1}{8}m^3n^6 + \frac{8}{27}x^6y^3 + \frac{2}{3}mn^2x^4y^2 =$$

$$74) -0,75xy + 0,125 + 1,5x^2y^2 - x^3y^3 =$$

Factorear las siguientes diferencias de cuadrados

$$75) y^2 - 25m^2 =$$

$$76) -49m^6n^2 + 81b^4c^6 =$$

$$77) 144m^6 - 121x^8y^6 =$$

$$78) \frac{1}{4}b^4x^2 - \frac{9}{25}m^2n^6 =$$

$$79) -\frac{1}{25}b^4 + \frac{4}{9}a^6 =$$

$$80) 0,25m^4n^2 - 0,09x^2y^6 =$$

$$81) \frac{4}{49}x^4 - \frac{1}{9}y^2 =$$

$$82) (x-y)^2 - a^2 =$$

$$83) 0,01a^6b^4 - 0,04m^8n^4y^2 =$$

$$84) 4m^6 - (m^3 - n)^2 =$$

$$85) 169x^{12} - \frac{1}{49}y^6 =$$

$$86) -4a^2b^6 + 25y^4 =$$

$$87) \frac{1}{4}a^6b^2 - 0,01e^8w^4 =$$

$$88) \frac{64z^8}{x^2} - \frac{0,81m^2}{n^{10}} =$$

$$89) x^2y^2 - (x^2 + y^2)^2 =$$

$$90) -0,81a^4b^2 + \frac{25}{4}m^4b^6 =$$



Aplicar el 6° caso de factoro

91) $x^7 + y^7 =$

92) $p^6 - t^6 =$

93) $\frac{1}{32} - b^5 =$

94) $x^7 - 128 =$

95) $x^4 + s^4 =$

96) $0,001 + f^3 =$

97) $x^5 - a^5 =$

98) $x^3 + a^3 =$

99) $l^3 - 27m^6 =$

100) $y^3 + 27 =$

101) $16a^4 - 81b^4 =$

102) $8 + a^3 =$

103) $-\frac{1}{8} + d^3 =$

104) $243 + 1024 =$

Factorar las siguientes expresiones, combinando los distintos casos

105) $\frac{1}{5}a^7b^4x + \frac{9}{10}a^5b^3x^2 + \frac{27}{20}a^3b^2x^3 + \frac{27}{40}abx^4 =$

106) $x^3 + 8y^3 + 3x + 6y =$

107) $\frac{1}{2}a^3x^2 - \frac{1}{8}a^3y^2 - \frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{8}ay^2 =$

108) $x^4 - 1 - y^2 + y^2x^2 =$

109) $\frac{1}{3}a^2m + \frac{1}{3}abm - \frac{2}{3}a^2n - \frac{2}{3}abn =$

110) $2a^3bx^2 + 2b^2a^2x^2 + 2a^2bcx^2 - a^3bxy - a^2b^2xy - a^2bcxy =$

111) $\frac{1}{2}a^3x^3 - \frac{1}{2}a^3xy + \frac{1}{2}a^3x - \frac{1}{2}abx^3 + \frac{1}{2}abxy - \frac{1}{2}abx =$

112) $x^3b^2 - b^2n^3 + x^3m^2 - m^2n^3 =$

113) $2x^7y - 12x^5y^2 + 24x^3y^3 - 16xy^4 =$

114) $x^7 + a^3x^4 + x^3y^2 + a^3y^2 - 2x^5y - 2a^3x^2y =$

Expresiones algebraicas no enteras

Reducir a la mínima expresión

115) $\frac{x^3 + 1}{x^2 + 2x + 1} =$

116) $\frac{5x^2 - 5}{x + 1} =$

117) $\frac{2am^2 + 2m^2x}{a^2m^2 + x^2m^2 + 2axm^2} =$



$$118) \frac{(a+2)\left(a^3 - \frac{a}{4}\right)(a^2 - 2a + 4)}{\left(a^2 - \frac{a}{2}\right)\left(a + \frac{1}{2}\right)(a^3 + 8)} =$$

$$119) \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} =$$

$$120) \frac{a - b^2}{b^2 - a} =$$

$$121) \frac{a^2(a-b) + ab(a-b)}{a^2(a^2 - b^2)} =$$

Efectuar las siguientes sumas algebraicas

$$122) \frac{2x+4}{4x^2-16} + \frac{1}{3x-6} =$$

$$123) \frac{0,75x^2 + 3y^2}{\frac{x^3}{8} + \frac{3x^2y}{4} + \frac{3xy^2}{2} + y^3} - \frac{3}{\frac{1}{2}x + y} =$$

$$124) \frac{1}{x+1} + \frac{x-2}{x^3+1} - \frac{x-1}{x^2-x+1} =$$

$$125) \frac{a-2}{2a+2} - \frac{3a-4}{3a+3} + \frac{4a-1}{6a+6} =$$

$$126) \frac{1}{a-2} + \frac{1}{a+2} + \frac{1-2a-2a^2}{a^2-4} =$$

$$127) \frac{a^2+1}{a^2-1} - \frac{(a-1)}{2a+2} + \frac{a+1}{2a-2} - \frac{4a}{a^2-1} =$$

$$128) \frac{2}{(x-1)^3} + \frac{(-2x)}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)} =$$

$$129) \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} + \frac{a-b}{a^2-ab+b^2} =$$

$$130) \frac{a+b}{a-b} + \frac{b-a}{a+b} - \frac{4ab}{a^2-b^2} =$$

$$131) \frac{x+6}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} - \frac{2x^2+18}{x^2-9} =$$

$$132) \frac{2b}{b+y} + \frac{3y}{b-y} - \frac{3y^2+b^2}{b^2-y^2} =$$

$$133) \frac{4}{3a-1} + \frac{3a}{9a^2-1} - \frac{5}{3a+1} =$$

$$134) \frac{a-2}{a} + \frac{a+2}{a^2+a} - \frac{a}{a^2+2a+1} =$$

$$135) -\frac{x+5}{x^2-25} - \frac{x+1}{x^2-10x+25} - \frac{1}{x+5} =$$

$$136) \frac{b}{a^4-a^2b^2} + \frac{a}{2a^3(a-b)} + \frac{a}{2a^4+2a^3b} =$$

$$137) \frac{1}{a^2(a^2+b^2)} + \frac{1}{2a^3(a-b)} + \frac{1}{2a^3(a+b)} =$$

Multiplicar

$$138) \frac{-6m^2}{m-n} \cdot \frac{n}{m+n} \cdot \frac{m^2-n^2}{m^3} =$$

$$139) \frac{a-b}{m-n} \cdot \frac{m-n}{b-a} =$$

$$140) \frac{a^2}{a^2+2ac+c^2} \cdot \frac{b^2+2bc+c^2}{a} \cdot \frac{a+c}{b+c} =$$

$$141) \frac{x+y}{2am-2an+3m-3n} \cdot \frac{2a+3}{x^3+y^3} \cdot \frac{x^2-xy+y^2}{x} \cdot (m-n) =$$

$$142) \frac{x^4-1}{2x} \cdot \frac{2ax^2}{x^2+1} \cdot \frac{1}{(x-1)^2} \cdot \frac{1}{ax} =$$

$$143) \frac{ax^2-2a}{xy+y^2-xz-yz} \cdot \frac{x+y}{3(x-\sqrt{2})} \cdot \frac{3y-3z}{2a} =$$

$$144) \frac{a^2-1}{2} \cdot \frac{3x}{a+1} \cdot \frac{10}{(a-1)^2} \cdot \frac{(-2)}{6x} =$$

$$145) \frac{3a}{a-b} \cdot \frac{a^2-b^2}{9} \cdot \frac{(-3)}{(a+b)^3} \cdot \frac{(a+b)^2}{8a} =$$

$$146) \frac{x^2-y^2}{x} \cdot \frac{1}{x+y} \cdot \frac{x}{x-y} =$$

$$147) \left(1 - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) \cdot \frac{y}{x^3+y^3} =$$

Efectuar las siguientes divisiones

$$148) \frac{\frac{x+2}{x-2}}{\frac{x^3+8}{x^3-8}} =$$

$$149) \frac{\frac{8-2x^4}{5x}}{[-(2+x^2)]} =$$

$$150) \frac{\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}}{\frac{2xy-x^2-y^2}{2}} =$$

$$151) \frac{\frac{(x+1)(x+2)-6x-12}{(x-5)(x+2)}}{\frac{(x-4)(x-2)+11x-22}{(x-2)(x+7)}} =$$

$$152) \frac{\frac{x^2}{y} - \frac{(x^2-y^2)}{x+y}}{\frac{x-y}{y} + \frac{y}{x}} =$$

$$153) \frac{\frac{x^4-y^4}{x^3+y^3}}{\frac{x^2+y^2}{(x-y)^2+xy}} =$$

$$154) \frac{\frac{4-4b+b^2}{4+4a+a^2}}{\frac{2-b}{2+a}} =$$

$$155) \frac{\left(\frac{1}{x} + \frac{x^2}{y^3}\right)}{\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{x}{y^2}\right)} =$$

$$156) \frac{\frac{x^2+x-2}{2x^2-2x}}{\frac{x+2}{16x^4}} =$$

Resolver

$$157) \frac{\frac{3(a-b)}{a+b} \cdot \frac{2ab}{a^2-b^2}}{\frac{ab}{a^2+2ab+b^2}} =$$

$$158) \sqrt{\frac{\left(\frac{x^3-y^3}{x+y} \cdot \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2+xy+y^2}\right)}{\frac{x^2-y^2}{4}}} =$$

$$159) \sqrt{\left(\frac{y+1}{y-x} + \frac{5x+3y}{x^2-y^2} + \frac{3}{y-x} - \frac{y-1}{y+x}\right) \cdot \frac{\frac{1}{2}(x+y)}{(x-xy-y)(x-y)}} =$$

$$160) \left[\frac{\left(\frac{2x+3}{3(x-y)} - \frac{3x-1}{x+y}\right) \cdot \frac{6x^2-6y^2}{7ax-11ay-6a}}{\frac{x^2-xy}{x^2-2xy+y^2}} \right]^3 =$$

$$161) \frac{x-y}{\sqrt[3]{(\sqrt{x}+\sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x}-\sqrt{y})}} =$$

$$162) \frac{\left(-\frac{1}{1-x^2} + \frac{1+x}{1-x}\right) \cdot \left(\frac{2(1-x)^2}{x^2+4x+4} + \frac{(x-1)^3}{(x+2)^2}\right)}{\frac{x}{4-x^2}} =$$

$$163) \left[\frac{\frac{ax+ay}{bc}}{\frac{(x+y)^2}{b^2}} \right] \cdot \left[\frac{\frac{x-y}{a^2}}{\frac{x^2-y^2}{(cx+cy)^2}} \right] =$$

$$164) \left(\frac{-3x-3y}{3x-y} - \frac{x-y}{3x+y}\right) \cdot \frac{9x^2-y^2}{3ax^2+2axy+ay^2-3bx^2-2bxy-by^2} =$$

$$165) \frac{((ab+cb) \cdot (ba-bc)) \cdot (a+c)}{b^2a^2+2acb^2+c^2b^2} =$$

$$166) \frac{\frac{a^2+ab+b^2}{a+b} - \frac{a^2-ab+b^2}{a-b}}{\frac{a^4-b^4}{a^4-2a^2b^2+b^4}} =$$

$$167) \frac{\left[\left(ab^2\right)^{\frac{1}{3}} \div (ab)^{\frac{1}{2}}\right] \cdot \left[\left(cd^2\right)^{\frac{1}{3}} \div (cd)^{\frac{1}{2}}\right]}{\sqrt{\frac{bd}{ac}}} =$$

$$168) \sqrt{\left(\frac{x^2-2x+1}{x-1} - 1\right)^{-1} \cdot (x-2)^3} =$$



$$169) \sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{3ab} + a+b} = 170) \frac{\left\{ \left[(a^2-b^2)-1 \right]^2 - 1 \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{1}{x+y} \right) \cdot (x^3+y^3) + 3xy \right\}}{(x+y)^2(2+b^2-a^2)} =$$

$$171) \left(\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{a^2 + 2ab + b^2} \right) \cdot \left(\frac{a+b}{b \cdot \left(1 - \frac{a}{b} \right)} \right) = 172) \frac{\sqrt[3]{a^2c^2} + 2\sqrt[3]{abc^2} + \sqrt[3]{b^2c^2}}{\sqrt{c}(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})} =$$

$$173) \frac{\left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right) \cdot \left(\frac{1}{ba \left(\frac{a^3}{b} - \frac{b^3}{a} \right)} \right)}{\frac{b}{a-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\left(\frac{a^2}{b} - 1 \right)}} = 174) (c+d) \cdot \frac{\left(\frac{m^3+n^3}{n+m} + 3mn \right)^{-1}}{\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)^{-1} \cdot \frac{(c+d)^2}{cd}} =$$

Unidad N°3: FuncionesEncontrar y graficar el dominio de las siguientes funciones

$$1) y = \frac{-\frac{1}{2}x+1}{\frac{1}{4}x-1}$$

$$2) y = -2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$3) y = x^2 - \frac{x}{56} - 14$$

$$4) y = \cos(2x)$$

$$5) y = \sqrt{\frac{-x}{\sqrt{x}-1}}$$

$$6) y = \sqrt{x^2+2}$$

$$7) y = \sqrt{\frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}}$$

$$8) y = \sqrt{\frac{0,66...+x}{x-0,2}}$$

$$9) y = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{3} - x \right)}{0,4+x}}$$

$$10) y = \sqrt{\frac{0,133...-x}{x-0,33...}}$$

$$11) y = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$12) y = \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}$$

$$13) y = \frac{1}{3}x + 2,5$$

$$14) y = \ln(x^2-1)$$

$$15) y = e^{x+3}$$



Encontrar el dominio de la inversa de las siguientes funciones

$$16) y = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$17) y = \sqrt[3]{x^2 + 1}$$

Dadas f y g encontrar el dominio y la imagen de:

$$18) f = \frac{1}{x} \quad g = \frac{1}{x^2 - 2} \quad (g \circ f) =$$

$$19) f = \sqrt{x} + 2 \quad g = \sqrt{x - 1} \quad (f \circ g) =$$

$$20) f = \sqrt{x^3 - 1} \quad g = x^3 \quad (g \circ f) =$$

$$21) f = \frac{1}{\sqrt{x+2}} \quad g = \frac{1}{x} \quad (f \circ g) =$$

Determinar si las siguientes funciones son inyectivas, sobreyectivas o biyectivas

$$22) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \geq 0 / y = \sqrt{|x| + 1}$$

$$23) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \geq 1 / y = 1 + |x|$$

$$24) f: \mathbb{R} - [0] \rightarrow \mathbb{R} / y = \frac{1 - x^2}{x}$$

$$25) f: -1 < \mathbb{R} < 1 \rightarrow \mathbb{R} \leq 0 / y = \frac{1}{|x| - 1}$$

$$26) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / y = \frac{x^3}{|x|}$$

$$27) f: -1 < \mathbb{R} < 1 \rightarrow \mathbb{R} \geq 1 / y = \frac{1}{\sqrt{1 - |x|}}$$

Dada f, determinar el dominio e imagen para que exista la función inversa y hallarla

$$28) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / y = x^2 - 1$$

$$29) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / y = x^2 + 1$$

30) Dada la relación $y^2 = 2x$ restringir convenientemente el dominio e imagen para que sea una función biyectiva. Construir la inversa y graficar ambas.



Función lineal

- 31) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas $x-y-3=0$ y $-2x+y-1=0$ y es paralela a otra que pasa por los puntos $(1,3)$ y $(-3,5)$.
- 32) Encontrar la expresión de la recta que intercepta a $\cos(x+\pi/2)$ en $x=\pi/4$ y al eje de las abscisas en $x=-2$.
- 33) Encontrar la expresión de la recta que intercepta a $\sin(3x)$ en $x=\pi/4$ y al eje de las abscisas en $x=2$.
- 34) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(1/3,-1)$ y $Q(2,3)$.
- 35) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por $(1,3)$ y es paralela a $y=-2x+2$. Graficar ambas.
- 36) Encontrar la recta que pasa por el punto $P(-2,1/7)$ y es paralela a $y=-3x+1/8$.
- 37) Encontrar la ecuación de la recta que corta a la función $y=\sin(x)$ en los puntos $x=-\pi/4$ y $x=\pi$.
- 38) Obtener la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1/2, 2/3)$ y es perpendicular a $y=\frac{1}{2}x-2$.

Función cuadrática

Graficar las siguientes parábolas, encontrando las raíces y el vértice

$$39)y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$$

$$40)y = x^2 + \frac{11}{21}x - \frac{2}{21}$$

$$41)y = x^2 - \frac{19}{14}x - \frac{3}{14}$$

$$42)y = x^2 - 3x + 2$$

$$43)y = -x^2 + x + \frac{3}{4}$$

$$44)y = -x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$45)y = x^2 - 4x + 5$$

$$46)y = -3x^2 - 6x - 1$$

$$47)y = 2(x-3)^2 + 4$$



48) Encontrar los coeficientes b y c de la parábola $y=x^2+bx+c$ que intercepta a la función $y=\sin(x)$ en los puntos $x=-\pi/2$ y $x=\pi/2$.

49) Encontrar los coeficientes a y c de la parábola $y=ax^2+x+c$ que intercepta a la función $y=\sin(x)$ en los puntos $x=\pi/4$ y $x=3\pi/4$.

50) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el vértice de la parábola de ecuación $y=x^2-2x-3$ y tiene una ordenada al origen $b=-5$. Graficar.

Función cúbica

Graficar:

$$51)y = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$52)y = x^3 - \frac{13}{4}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{5}{4}$$

$$53)y = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{1}{24}$$

$$54)y = -x^3 - 6x^2 - 11x - 6$$

Función homográfica

$$55)y = \frac{-\frac{1}{2}x + 1}{\frac{1}{4}x - 1}$$

$$56)y = \frac{-x + 3}{x - \frac{3}{2}}$$

$$57)y = 2 \cdot \frac{x - 2}{x + \frac{1}{4}}$$

$$58)y = -\frac{x + \frac{1}{3}}{x - \frac{2}{3}}$$

$$59)y = \frac{x + \frac{1}{3}}{-x + 2}$$

$$60)y = \frac{-x - 1}{-x + 3}$$

$$61)y = \frac{x + \frac{1}{7}}{x - 5}$$

Funciones trigonométricas

$$62)y = \frac{\frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)}{\frac{1}{\sqrt{81}}}$$

$$63)y = \frac{1}{4}\cos(2x)$$

$$64)y = \frac{1}{8}\cos\left(\frac{1}{4}x + 45^\circ\right)$$



$$65) y = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}x\right) \quad [-\pi, \pi] \quad 66) y = \frac{1}{3} \cos\left(\frac{1}{2}x - 60^\circ\right) \quad [-2\pi, 2\pi]$$

$$67) y = \frac{1}{4} \sin(3x - 30^\circ) \quad 68) y = -2 \cos\left(\frac{1}{2}x + 20^\circ\right) \quad 69) y = -5 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

70) Graficar y dar la ecuación de la función cosinusoidal de período $3/4\pi$ y valor máximo 2,5

71) Graficar y dar la ecuación de la función sinusoidal de período $\pi/3$ y valor mínimo 3.

Unidad N°4: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

Hallar el valor de x

$$1) \frac{x-1}{x+2} = \log_7 49^{(x-2)}$$

$$2) \log_2 \left(\frac{x^2}{6-x} \right) = 0$$

$$3) 5^x + 25^{\frac{x}{2}} = 250$$

$$4) x \left(x - \frac{1}{21} \right) = \frac{2}{21} (5x+1)$$

$$5) x-3 = \frac{x}{x-1}$$

$$6) \log_{(x-1)} x = 2$$

$$7) \frac{x-2}{x+3} = \frac{x}{x+2}$$

$$8) 81^{x-\frac{1}{2}} = 9^{x-1}$$

$$9) 8^{x-1} = 2^x$$

$$10) \log_4(x+2) - \log_4(x-3) = \log_2 8$$

$$11) \frac{16x}{x+1} \cdot \frac{4}{4x-5} = \frac{20}{4x^3 - 5x^2 - 4x + 5}$$

$$12) 3^{\log_x 2} + 9^{\log_x 2} = 90$$

$$13) \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}$$

14) En una universidad la cantidad de ingresantes es 1500. Si a un profesor se le asignan 15 alumnos y el resto de docentes forma grupos de 45 alumnos c/u. Cuántos docentes se necesitan?

15) Hallar dos números pares consecutivos tales que su producto sea 7224

16) Hallar tres números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 434



17) Hallar un número natural tal que si a sus dos terceras partes se le suma 6 y a sus $\frac{4}{7}$ partes se le restan 2, el producto de los números es 200

18) Por cuál número es necesario dividir a 1880 para que el cociente sea igual a ese número y el resto sea 31?

19) La mitad de un número, más la tercera parte de su consecutivo, más la cuarta parte del siguiente, es igual a éste último. Cuáles son los números?

20) Un automovilista recorre 748 km en tres etapas; en la segunda el recorrido es de 124 km más que en la primera, y en la tercera 100 km menos que en la segunda. Cuántos km recorre en cada etapa?

21) La base mayor de un trapecio es el doble de la otra y la altura del mismo es igual a 12,5 cm. Cuántos cm tiene c/u de las bases, si la superficie del trapecio es de 75 cm^2 ?

22) Un fruteró vende su provisión de pomelos en la siguiente forma: la mitad a 56 \$ el kg; la quinta parte de lo que queda a 55 \$ el kg y el resto a 50 \$ el kg, recibiendo en total \$2782. Cuántos kg de pomelos vendió?

23) Un padre tiene el doble de la edad de su hijo. Si el doble de la suma de las dos edades es 120. Qué edad tiene el padre y qué edad el hijo?

Sistema de ecuaciones lineales

$$24) \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - 2 \\ y = -3x - 1 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = \frac{1}{7}x - 2 \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - 1 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$$

27) La diferencia entre las áreas de dos rectángulos es 7 y su relación es $\frac{1}{3}$. Cuanto valen dichas áreas?

28) Un número de dos cifras es tal que la suma de sus cifras es 11 y la cifra de las unidades es igual al duplo del de las decenas disminuido en uno. Cuál es ese número?



29) Si al triplo de un número se le suma la mitad de otro se obtiene $31\frac{1}{2}$. Si a la mitad del primero se le suma el triplo del segundo se obtiene 23. Cuáles son los números?

30) Un avión tiene una velocidad que es la tercera parte de la de un avión a retropropulsión. En 1 hora el avión a retropropulsión recorre 600 km más que los que recorre el otro avión en $1\frac{1}{2}$ hora. Cuál es la velocidad de cada uno de los aviones?

31) Un almacenero ha vendido toda su provisión de botellas de oporto y de sidra en la siguiente forma: la mitad de las de oporto a \$156 c/u y el resto a \$168 c/u; los $\frac{2}{3}$ de las de sidra a \$100 c/u y el resto a \$112 c/u, recibiendo por toda la venta \$11100. El número de botellas de sidra era el doble que el de las de oporto. Cuántas botellas de cada clase vendió?

32) La suma de dos números es 406, su cociente es 2 y el resto 91. Cuáles son los números?

33) El largo de un rectángulo es igual al ancho aumentado en un 40%. Si el perímetro es de 48 m. Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

34) Si se aumenta en 2 cm el largo y el ancho de un rectángulo, el perímetro resulta de 24 cm. Si el largo se disminuye en 2 cm resulta un cuadrado. Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

35) Julio tiene la mitad de la edad que tendrá Pedro dentro de 5 años y Pedro tiene la mitad de las dos edades más 5. Cuáles son las edades de Julio y de Pedro?

Sistema de ecuaciones no lineales

$$36) \begin{cases} y = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right) \\ y = x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$37) \begin{cases} y = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) \\ y = \frac{3}{4}x + 1 \end{cases}$$

$$38) \begin{cases} y = -(x-2)^2 \\ y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$39) \begin{cases} 2y = x^2 + 6x + 5 \\ y = x^2 + 6x + 7 \end{cases}$$

$$40) \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} - 2x - 2 \\ y + 2 = -x^2 + 4x \end{cases}$$

$$41) \begin{cases} x \cdot y = 10 \\ x + y = 7 \end{cases}$$



42) Cuantos y cuales son los pares de números tales que su suma sea tres veces uno de ellos y su producto cuatro.

43) La superficie de un triángulo isósceles es de 60 cm^2 . Cual es la altura sabiendo que tiene 2 cm mas que la base.

Inecuaciones

Resolver analítica y gráficamente las siguientes inecuaciones

44) $3x - 4 < x + 1$

45) $\frac{1}{3}x + 2 \geq x - 5$

46) $\frac{x+1}{2} \geq \frac{x-1}{3}$

47) $4x^2 - 4x - 15 \geq 0$

48) $\frac{x+1}{x-2} \geq 0$

49) $\log_3[(x-4) \cdot (x+5)] > 0$

50) Cuales son todos los números tales que su cubo es menor que su triplo?

51) Cuáles son los números de dos cifras tales que al multiplicarlos por 7 el producto resulta mayor o igual que 658?

52) Cuáles son los números naturales impares tales que su triplo, disminuido en 5 unidades, es menor que 46?

53) Cuáles son los números de dos cifras tales que cada uno de ellos cumple la siguiente condición: la mitad de ese número más los $\frac{2}{3}$ del mismo no supera 14?

54) Juan, Pedro y Pablo son hermanos. Pablo tiene 11 años; Juan tiene 5 años más que Pedro, y la suma de los años de Juan y Pedro no alcanzan a los de Pablo. Cuántos años tiene Pedro si su edad es un número impar?

55) La carga máxima de un camión es de 3500 kg. Sabiendo que en cada viaje transporta por lo menos 2800 kg. Cuántos equipos que embalados pesan 70 kg c/u puede transportar en cada viaje?

Problemas de trigonometría

56) Calcular la diagonal de un cuadrado de lado $\sqrt{\sqrt{2}-1}$



Ciclo Introductorio

ING. ALDO G. CHAMI
AYTE. VERÓNICA G. ORDOÑEZ

- 57) Calcular el perímetro de un triángulo equilátero donde la mitad de la altura vale 2 cm.
- 58) En un triángulo rectángulo el cateto menor es igual a las $\frac{3}{4}$ partes del cateto mayor y es 6 unidades menor que la hipotenusa. Calcular los 3 lados del triángulo.
- 59) Hallar los lados de un paralelogramo sabiendo que sus diagonales miden 5 y 11 cm y el ángulo que forman es de 30° .
- 60) Determinar el perímetro de un octógono, si se sabe que la superficie del círculo inscripto en el mismo es igual a 300 m^2 .
- 61) Con una escalera de 3,5 m que forma un ángulo de 40° con el piso se alcanza un punto en la pared. Cuál debe ser la longitud de otra escalera con la cual se pretende alcanzar la misma altura pero con una inclinación un 20% mayor que la anterior?
- 62) Calcular la $\text{tg}(105^\circ)$ usando relaciones trigonométricas y valores trigonométricos de ángulos conocidos.

Respuestas unidad N°1

- 1) $13/5$; 2) $20/21$; 3) $-3/8$; 4) $-2/5$; 5) 62 ; 6) -6 ; 7) $87/20$; 8) 2 ; 9) $25/4$; 10) $3/2$
 11) $593/45$; 12) $3/4$; 13) $12005/768$; 14) $-40/9$; 15) $16/45$; 16) $-7/2$; 17) $8/13$; 18) 1
 19) $27/5$; 20) 82 ; 21) $63/25$; 22) $-1221/500$; 23) $51/125$; 24) $-62/25$; 25) $4/5$
 26) $-3/1000$; 27) $1/20$; 28) $113/5$; 29) $5/2$; 30) $1/4$; 31) $1/25$; 32) $13/100$; 33) $11/10$
 34) $331/495$; 35) $-90/67$; 36) $5 \cdot (x-1) \cdot \sqrt{5 \cdot (x-1)}$; 37) $5 \cdot (a-b) \cdot \sqrt{a-b}$
 38) $2x^3y^7 \cdot \sqrt{5y}$; 39) $3 \cdot (\sqrt{5}-5) \cdot \sqrt{3}$; 40) $ab \cdot \sqrt[3]{ab^2x^2}$; 41) $(1-\sqrt{5}) \cdot \sqrt[3]{1-\sqrt{5}}$
 42) $x^3b^{10} \cdot \sqrt[3]{3x^2b^2}$; 43) $3 \cdot (x-1) \cdot \sqrt[3]{x-1}$; 44) $6 \cdot \sqrt[3]{10}$; 45) $(\sqrt{3}-1) \cdot \sqrt{5}$
 46) $3+2\sqrt{2} = 3+2\sqrt{2}$; 47) $5+2\sqrt{6} = 5+2\sqrt{6}$; 48) $6-4\sqrt{2} = 6-4\sqrt{2}$; 49) $\frac{\sqrt[4]{a^4b}}{b}$
 50) $\frac{\sqrt[3]{a^2db^2}}{db}$; 51) $-(\sqrt[3]{3}+1)$; 52) $\frac{\sqrt[4]{c^3}}{c}+1$; 53) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; 54) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$
 55) $\sqrt{11-4\sqrt{6}}$; 56) $\sqrt{11-4\sqrt{6}}$; 57) $6+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5}$
 58) $32-10\sqrt{7} = 32-10\sqrt{7} = 32-10\sqrt{7} = 32-10\sqrt{7}$; 59) $\sqrt{2}+1$; 60) $\sqrt{5 \cdot (\sqrt{5}+1)}$
 61) $\sqrt{a+1}+1$; 62) $\sqrt{a^2-1}-a$; 63) $\sqrt{2}-1$; 64) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$; 65) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$; 66) $2-\sqrt{3}$
 67) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}$; 68) $1+\frac{2\sqrt{3}}{3}$; 69) $c=3-\sqrt{5}$ $b=6-2\sqrt{5}$ $h=3\sqrt{5}-5$
 70) $c=3 \cdot (\sqrt{2}-1)$ $h=6-3\sqrt{2}$; 83) $a \geq 4$; 84) $(-\infty, -5] \cup [-1, \infty)$; 85) $a > 0$
 86) $-3 \leq a < 6$; 87) $-3 \leq a \leq 3$; 88) $a \in \mathbb{R}$

Respuestas unidad N°2

- 1) -60 ; 2) $69/20$; 3) $64/9$; 4) $11/27$; 5) 1 ; 6) 4 ; 7) $C(x)=x^3+2x^2-2x+3$
 $R(x)=-4x+2$; 8) $C(x)=\frac{1}{5}x^3+\frac{1}{5}x-\frac{2}{3}$ $R(x)=\frac{1}{5}x+\frac{1}{3}$; 9) $C(x)=\frac{1}{4}x-\frac{13}{24}$
 $R(x)=-235/336$; 10) $C(x)=2x+5$ $R(x)=12x-11$; 11) $C(x)=x^2-3x+3$ $R(x)=-8x+6$
 12) $C(x)=x^3-\frac{2}{3}x^2-\frac{17}{9}x+\frac{88}{27}$ $R(x)=-\frac{176}{81}x-1$; 13) $C(x)=x^2+x$ $R(x)=-\frac{5}{3}x+\frac{1}{7}$
 14) $C(x)=x^3-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$ $R(x)=\frac{9}{16}x-\frac{5}{8}$; 15) $C(x)=x^3-\frac{7}{9}x^2-\frac{14}{27}x+\frac{188}{81}$
 $R(x)=457/243$; 16) $C(x)=2x^3+2x^2+8x+18$ $R(x)=19$

- 17) $4 \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot \left(x+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x-\frac{3}{2}\right)$; 18) $8 \cdot (x-1) \cdot (x+2) \cdot \left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x-\frac{3}{2}\right)$
- 19) $8 \cdot (x-2) \cdot (x+2) \cdot \left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x+\frac{1}{4}\right)$; 20) $6 \cdot (x+2) \cdot (x+1) \cdot \left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x-\frac{4}{3}\right)$
- 21) $4 \cdot (x+2) \cdot (x+1) \cdot \left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x+\frac{3}{2}\right)$; 22) $12 \cdot (x+1) \cdot \left(x+\frac{1}{4}\right) \cdot \left(x-\frac{1}{3}\right) \cdot (x-2)$
- 23) $6 \cdot (x-1) \cdot \left(x+\frac{4}{3}\right) \cdot \left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot (x-2)$; 24) $(x+3) \cdot (x-5) \cdot (x+1) \cdot (x-2)$
- 25) $5a^2 \cdot (5ab^2 - 2a^3y^2 + b^3y + 3a^4b^3)$; 26) $5a^3b^2c^2 \cdot (25ab^3c - 9a^2bx^3 + 1 - 60ac^2x - 2c)$
- 27) $18ab^3c^2 \cdot (ab - 3ab^2x - 1 + 2ab^2c^2 - 5c^3x^3 + 4bx^2y)$
- 28) $4xy^3z \cdot (xy^2z^2 - 9xyp^2m - 3zp^3 + 2y^2p - xy^3z + 4)$
- 29) $11a^2b^2 \cdot \left(2a^2b^2x^3 - 3a^2bcy + \frac{1}{2}acx^3 - 11bxy\right)$
- 30) $9ab \cdot \left(2a - 3b^3 + \frac{1}{2}a - 2\right)$; 31) $2x^2y^3n^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}x^3y + mn^2 + \frac{3}{7}xy^3n\right)$
- 32) $2x^2z \cdot \left(\frac{1}{3}xz^2 - 1 - \frac{2}{5}xy^3z - \frac{9}{5}x^2z - 2y\right)$; 33) $2xy^3m \cdot \left(\frac{1}{3}xm^2 - 2axy^2 - \frac{3}{5}y^3 - 1 - \frac{4}{7}m\right)$
- 34) $\frac{1}{2}m^2n \cdot \left(5m^2n^2 - 1 + 3mp + \frac{1}{4}p^3 + 5m\right)$; 35) $\frac{2}{5}a^2 \cdot \left(2m^2 + \frac{3}{5}ab^3m - \frac{1}{3}am - 4b\right)$
- 36) $\frac{3}{4}x^3y^2 \cdot \left(-\frac{5}{4}x - y^3x + 9y^2 - \frac{3}{2}x^2\right)$
- 37) $\frac{2}{3}a^3b \cdot \left(1 - 5ab^2 - \frac{2}{3}a + b^3 + \frac{4}{5}c^2 - \frac{3}{7}a^2b + \frac{1}{9}c^3\right)$; 38) $\frac{2}{5}a^2b^2 \cdot \left(\frac{2}{5} + a^2b - \frac{4}{5}a^2b\right)$
- 39) $\left(\frac{1}{2}a - 2x + 1\right) \cdot (ax - b)$; 40) $(5x + 2 - y) \cdot (3m - x)$; 41) $(2y - x) \cdot (5xy + 2m)$
- 42) $(2m - 3y + 1) \cdot (6my^2 + 5x^2)$; 43) $(5x - y^2) \cdot (2a^2 + 3b) \cdot (p - 2q^3)$
- 44) $(x^3 - 2y^2) \cdot \left(3x^2 + \frac{1}{3}y^2 - xy\right)$; 45) $(8am + 1) \cdot (2x - y)$
- 46) $(3x - m + 5xy) \cdot \left(2y + \frac{1}{4}m\right)$; 47) $\left(\frac{1}{3}m - 3m^2 - 2\right) \cdot (7y - m)$
- 48) $(2b^4 - 5x^4) \cdot \left(3b^2 - bx^2 + \frac{1}{3}x^3\right)$; 49) $\left(3x + \frac{1}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{5}a^2b - 2my\right)$



$$50) \left(\frac{1}{2}cd^3 - 2yx^2 \right) \cdot (5-3y) \cdot (5a^2b - 3xy^3); 51) (2a-3b) \cdot (m^2z+1) \cdot (5x-4y)$$

$$52) (x+5)^2; 53) (2x^2+y^3)^2; 54) \left(\frac{1}{2}a^3+3m^2n \right)^2; 55) \left(\frac{p^2}{2}+a^2 \right)^2; 56) \left(\frac{3}{5}x^3+2y \right)^2$$

$$57) \left(\frac{q}{2}+7m^2n \right)^2; 58) \left(\frac{6}{5}a^2b^3x^3+\frac{5}{2}ay^2 \right)^2; 59) (6mn^2-2x^3)^2 \text{ ó } (2x^3-6mn^2)^2$$

$$60) \left(\frac{h}{2}-u \right)^2 \text{ ó } \left(u-\frac{h}{2} \right)^2; 61) \left(\frac{3}{5}x^2y^6-\frac{1}{2}m \right)^2 \text{ ó } \left(\frac{1}{2}m-\frac{3}{5}x^2y^6 \right)^2; 62) \left(\frac{1}{2}x+y^2z^3 \right)^2$$

$$63) \left(\frac{3}{5}m^2-\frac{1}{2}n \right)^2; 64) \left(\frac{7}{5}p^4n^3+\frac{1}{4}xy^2 \right)^2; 65) (2a+3b)^3; 66) (5+3b)^3$$

$$67) (1+2x^4y)^3; 68) (3x^2+4y^3)^3; 69) \left(\frac{1}{2}a+\frac{3}{5}b \right)^3; 70) \left(\frac{1}{3}x^3+2y^4 \right)^3; 71) \left(1+\frac{1}{4}a^2x \right)^3$$

$$72) \left(\frac{4}{5}ab-\frac{b^2}{3} \right)^3; 73) \left(\frac{1}{2}mn^2+\frac{2}{3}x^2y \right)^3; 74) \left(\frac{1}{2}-xy \right)^3; 75) (y-5m) \cdot (y+5m)$$

$$76) (9b^3c^3-7m^3n) \cdot (9b^3c^3+7m^3n); 77) (12m^3-11x^4y^3) \cdot (12m^3+11x^4y^3)$$

$$78) \left(\frac{1}{2}b^3x-\frac{3}{5}mn^3 \right) \cdot \left(\frac{1}{2}b^3x+\frac{3}{5}mn^3 \right); 79) \left(\frac{2}{3}a^4-\frac{1}{5}b^2 \right) \cdot \left(\frac{2}{3}a^4+\frac{1}{5}b^2 \right)$$

$$80) \left(\frac{1}{2}m^3n-\frac{3}{10}xy^3 \right) \cdot \left(\frac{1}{2}m^3n+\frac{3}{10}xy^3 \right); 81) \left(\frac{2}{7}x^2-\frac{1}{3}y \right) \cdot \left(\frac{2}{7}x^2+\frac{1}{3}y \right)$$

$$82) [(x-y)-a] \cdot [(x-y)+a]; 83) \left(\frac{1}{10}a^3b^2-\frac{1}{5}m^4n^2y \right) \cdot \left(\frac{1}{10}a^3b^2+\frac{1}{5}m^4n^2y \right)$$

$$84) (m^3+n) \cdot (3m^3-n); 85) \left(13x^5-\frac{1}{7}y^3 \right) \cdot \left(13x^5+\frac{1}{7}y^3 \right); 86) (5y^3-2ab^4) \cdot (5y^3+2ab^4)$$

$$87) \left(\frac{1}{2}a^4b-\frac{1}{10}e^4w^3 \right) \cdot \left(\frac{1}{2}a^4b+\frac{1}{10}e^4w^3 \right); 88) \left(\frac{8z^4}{x}-\frac{9m}{10n^3} \right) \cdot \left(\frac{8z^4}{x}+\frac{9m}{10n^3} \right)$$

$$89) [xy-(x^3+y^3)] \cdot [xy+(x^3+y^3)]; 90) \left(\frac{5}{2}m^2b^3-\frac{9}{10}a^2b \right) \cdot \left(\frac{5}{2}m^2b^3+\frac{9}{10}a^2b \right)$$

$$91) (x+y) \cdot (x^6-x^3y+x^3y^2-x^3y^3+x^2y^4-xy^5+y^6)$$

$$92) (p-t) \cdot (p^3+p^2t+p^2t^2+p^2t^3+pt^4+t^5) \text{ ó } (p+t) \cdot (p^3-p^2t+p^2t^2-p^2t^3+pt^4-t^5)$$

$$93) \left(\frac{1}{2}-b \right) \cdot \left(\frac{1}{16}+\frac{1}{8}b+\frac{1}{4}b^2+\frac{1}{2}b^3+b^4 \right)$$

$$94) (x-2) \cdot (x^6+2x^5+4x^4+8x^3+16x^2+32x+64); 95) \text{ No se factorea}$$



- 96) $\left(\frac{1}{10} + f\right) \cdot \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{10}f + f^2\right)$; 97) $(x-a) \cdot (x^4 + x^3a + x^2a^2 + xa^3 + a^4)$
- 98) $(x+a) \cdot (x^2 - xa + a^2)$; 99) $(l-3m^2) \cdot (l^2 + 3lm^2 + 9m^4)$; 100) $(y+3) \cdot (y^2 - 3y + 9)$
- 101) $(2a-3b) \cdot (8a^3 + 12a^2b + 18ab^2 + 27b^3)$ ó $(2a+3b) \cdot (8a^3 - 12a^2b + 18ab^2 - 27b^3)$
- 102) $(2+a) \cdot (4-2a+a^2)$; 103) $\left(d - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(d^2 + \frac{1}{2}d + \frac{1}{4}\right)$
- 104) $(3+4) \cdot (81 - 108 + 144 - 192 + 256)$; 105) $\frac{1}{5}abx \cdot \left(a^2b + \frac{3}{2}x\right)^2$
- 106) $(x+2y) \cdot (3+x^2 - 2yx + 4y^2)$; 107) $\frac{1}{2}a \cdot (a+1) \cdot (a-1) \cdot \left(x + \frac{1}{2}y\right) \cdot \left(x - \frac{1}{2}y\right)$
- 108) $(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2 + 1 + y^2)$; 109) $\frac{1}{3}a \cdot (a+b) \cdot (m-2n)$
- 110) $a^2bx \cdot (a+b+c) \cdot (2x-y)$; 111) $\frac{1}{2}ax \cdot (x^2 - y + 1) \cdot (a^2 - b)$
- 112) $(x-n) \cdot (x^2 + xn + n^2) \cdot (b^2 + m^2)$; 113) $2xy \cdot (x^2 - 2y)^2$
- 114) $(x+a) \cdot (x^2 - ax + a^2) \cdot (x^2 - y)^2$; 115) $\frac{x^2 \cdot x + 1}{x+1}$; 116) $5 \cdot (x-1)$; 117) $\frac{2}{a+x}$
- 118) 1; 119) $a-b$; 120) -1; 121) $1/a$; 122) $\frac{5}{6 \cdot (x-2)}$; 123) $\frac{-3xy}{\left(\frac{1}{2}x+y\right)^2}$; 124) 0
- 125) $1/6$; 126) $\frac{1-2a^2}{a^2-4}$; 127) $\frac{a-1}{a+1}$; 128) $\frac{2 \cdot (2-x)}{(x-1)^2}$; 129) $\frac{2a^3}{a^4 + a^2b^2 + b^4}$; 130) 0
- 131) $\frac{9}{x+y}$; 132) $\frac{b}{b-y}$; 133) $\frac{9}{(3a+1) \cdot (3a-1)}$; 134) $\frac{a^2}{(a+1)^2}$; 135) $\frac{-3x^2 + 4x - 5}{(x-5)^2 \cdot (x-5)}$
- 136) $\frac{1}{a^2 \cdot (a-b)}$; 137) $\frac{2}{a^4 - b^4}$; 138) $\frac{-6n}{m}$; 139) -1; 140) $\frac{a \cdot (b+c)}{a+c}$; 141) $1/x$
- 142) $\frac{x+1}{x-1}$; 143) $\frac{x+\sqrt{2}}{2}$; 144) $\frac{-5}{a-1}$; 145) $-1/8$; 146) 1; 147) $\frac{1}{y \cdot (x+y)}$
- 148) $\frac{x^2 + 2x + 4}{x^2 - 2x + 4}$; 149) $\frac{2x^2 - 4}{3x}$; 150) $(x^2 - xy + y^2) \cdot (x-y)$; 151) 1; 152) x ; 153) $x \cdot y$
- 154) $\frac{2-b}{2+a}$; 155) $\frac{x+y}{y}$; 156) $(2x)^2$; 157) 6; 158) 2; 159) $\frac{1}{(x-y)}$; 160) $\frac{-8 \cdot (x-y)^2}{a^3}$



$$161) \sqrt[3]{(x-y)^2} \quad 162) (x-1) \cdot (x-2) ; 163) \frac{bc}{a} ; 164) \frac{-4}{a-b} ; 165) a-c ; 166) \frac{-2b^3}{a^2+b^2}$$

$$167) \sqrt[3]{\frac{ac}{bd}} ; 168) x-2 ; 169) \sqrt[3]{3ab} ; 170) b^2 - a^2 ; 171) \frac{1}{ab} ; 172) \sqrt[4]{c} \cdot (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})$$

$$173) \frac{a^2 - b}{ab \cdot (a^2 - b^2)^2} ; 174) \frac{\sqrt{c+d}}{n+m}$$

Respuestas unidad N°3

$$1) Df(x) = \mathbb{R} - \{4\} ; 2) Df(x) = \mathbb{R} ; 3) Df(x) = \mathbb{R} ; 4) Df(x) = \mathbb{R}$$

$$5) Df(x) = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 1\} ; 6) Df(x) = \mathbb{R} ; 7) Df(x) = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 1\}$$

$$8) Df(x) = \mathbb{R} / \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup \left(\frac{1}{5}, \infty\right) ; 9) Df(x) = \left\{x \in \mathbb{R} / -\frac{2}{5} < x \leq \frac{2}{3}\right\}$$

$$10) Df(x) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{2}{15} \leq x < \frac{1}{3}\right\} ; 11) Df(x) = \mathbb{R} ; 12) Df(x) = \mathbb{R} / (-\infty, -2] \cup (-1, \infty)$$

$$13) Df(x) = \mathbb{R} ; 14) Df(x) = \mathbb{R} / (-\infty, -1) \cup (1, \infty) ; 15) Df(x) = \mathbb{R}$$

$$16) Df(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\} ; 17) Df(x) = \mathbb{R} \geq 1 ; 18) gof = \frac{x^2}{1-2x^2}$$

$$D_{gof} = \mathbb{R} - \left\{\pm \sqrt{\frac{1}{2}}\right\} \quad I_{gof} = \mathbb{R} / 0 \leq y < -\frac{1}{2} ; 19) fog = \sqrt[3]{x-1} + 2 \quad D_{fog} = \mathbb{R} \geq 1$$

$$I_{fog} = \mathbb{R} \geq 2 ; 20) gof = (\sqrt{x^2-1})^3 \quad D_{gof} = \mathbb{R} \geq 1 \quad I_{gof} = \mathbb{R} \geq 0 ; 21) fog = \sqrt{\frac{x}{1+2x}}$$

$$D_{fog} = \mathbb{R} - \left[-\frac{1}{2}, 0\right) \quad I_{fog} = \mathbb{R} \geq 0 ; 22) \text{No inyectiva, no sobreyectiva, no biyectiva}$$

$$23) \text{No inyectiva, sobreyectiva, no biyectiva} ; 24) \text{No inyectiva, sobreyectiva, no}$$

$$\text{biyectiva} ; 25) \text{No inyectiva, no sobreyectiva, no biyectiva} ; 26) \text{Inyectiva,}$$

$$\text{sobreyectiva, biyectiva} ; 27) \text{No inyectiva, sobreyectiva, no biyectiva} ;$$

$$28) \text{Directa } f: \mathbb{R} \geq 0 \rightarrow \mathbb{R} \geq -1 / y = x^2 - 1 \quad \text{Inversa } f^{-1}: \mathbb{R} \geq -1 \rightarrow \mathbb{R} \geq 0 / y = \sqrt{x+1}$$

$$29) \text{Directa } f: \mathbb{R} \geq 0 \rightarrow \mathbb{R} \geq 1 / y = x^2 + 1 \quad \text{Inversa } f^{-1}: \mathbb{R} \geq 1 \rightarrow \mathbb{R} \geq 0 / y = \sqrt{x-1}$$

$$30) Df(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\} \quad If(x) = \{y \in \mathbb{R} / y \geq 0\} \quad \text{Inversa } y = \frac{1}{2}x^2 ; 31) y = -\frac{1}{2}x - 9$$

$$32) y = \frac{-2\sqrt{2}}{8+\pi}x - \frac{4\sqrt{2}}{8+\pi} ; 33) y = \frac{2\sqrt{2}}{\pi-8}x - \frac{4\sqrt{2}}{\pi-8} ; 34) y = \frac{17}{3}x - \frac{9}{3} ; 35) y = -2x + 3$$



$$36) y = -3x - \frac{41}{7}; 37) y = \frac{2\sqrt{2}}{5\pi}x - \frac{2\sqrt{2}}{5}; 38) y = -2x + \frac{5}{3}; 48) b = \frac{2}{\pi} \quad c = -\frac{\pi^2}{4}$$

$$49) a = -\frac{1}{\pi} \quad c = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\pi}{16}; 50) y = x - 5; 70) y = \frac{5}{2}\cos\left(\frac{8}{3}x\right); 71) y = 3\sin(6x)$$

Respuestas unidad N°4

$$1) x_1 = \frac{1 - \sqrt{57}}{4} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{57}}{4}; 2) x_1 = 2 \quad x_2 = -3; 3) x = 3; 4) x_1 = 2/3 \quad x_2 = -1/7$$

$$5) x_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \quad x_2 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}; 6) \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}); 7) x = -4/3; 8) x = 0; 9) x = 3/2$$

$$10) x = 194/63; 11) x = -1/4; 12) x = \sqrt{2}; 13) x_1 = 18 \quad x_2 = -3; 14) 34; 15) 84 \text{ y } 86$$

$$16) 11, 12 \text{ y } 13; 17) 21; 18) \pm 43; 19) 14, 15 \text{ y } 16; 20) 200 \text{ km., } 324 \text{ km., } 224 \text{ km.}$$

$$21) 8 \text{ cm y } 4 \text{ cm}; 22) 52 \text{ kg.}; 23) 40 \text{ y } 20 \text{ años}; 24) S: \left(\frac{2}{5}, -\frac{11}{5}\right); 25) S: \left(\frac{7}{5}, -\frac{9}{5}\right)$$

$$26) S: \left(-1, -\frac{1}{2}\right); 27) x = 21/2 \quad y = 7/2; 28) 47; 29) 4 \text{ y } 7; 30) 400 \text{ km. y } 1200 \text{ km.}$$

$$31) 30 \text{ de oporto y } 60 \text{ de sidra}; 32) 301 \text{ y } 105; 33) 10 \text{ m y } 14 \text{ m}; 34) 5 \text{ cm y } 3 \text{ cm}$$

$$35) \text{ Julio } 15 \text{ años, Pedro } 25 \text{ años}; 36) S_1: \left(\frac{7}{4}, -\frac{9}{4}\right) \quad S_2: \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$37) S_1: \left(\frac{23 + \sqrt{913}}{24}, \frac{1}{32}(23 + \sqrt{913}) + 1\right) \quad S_2: \left(\frac{23 - \sqrt{913}}{24}, \frac{1}{32}(23 - \sqrt{913}) + 1\right)$$

$$38) S_1: \left(\frac{9 - \sqrt{29}}{4}, \frac{-9 + \sqrt{29}}{8} - \frac{3}{4}\right) \quad S_2: \left(\frac{9 + \sqrt{29}}{4}, \frac{-9 - \sqrt{29}}{8} - \frac{3}{4}\right); 39) S: (-3, -2)$$

$$40) S_1: (0, -2) \quad S_2: (4, -2); 41) S_1: (2, 5) \quad S_2: (5, 2); 42) \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 2\sqrt{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$43) h = 12 \text{ cm}; 44) x < \frac{5}{2}; 45) x \leq \frac{21}{2}; 46) x \geq -5; 47) \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$$

$$48) (-\infty, -1) \cup (2, \infty); 49) \left(-\infty, \frac{-1 - \sqrt{85}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1 + \sqrt{85}}{2}, \infty\right); 50) (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$$

$$51) 94, 95, 96, 97, 98, 99; 52) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15; 53) 10, 11, 12; 54) 1 \text{ año}$$



Ciclo Introductorio

ING. ALDO G. CHAMÍ
AYTE. VERÓNICA G. ORDÓÑEZ

55) De 40 a 50 equipos por viaje ; 56) $d = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1}$; 57) $p = \frac{24}{\sqrt{3}}$; 58) $C_m = 9$ cm

$C_M = 12$ cm, $H = 15$ cm ; 59) $l_1 = 3,56$ cm y $l_2 = 7,76$ cm ; 60) $64,74$ cm ; 61) $3,02$ m

62) $-2 - \sqrt{3}$

